ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ Γ’ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Επιμέλεια: Λιακοπούλου Χ. – Κουκουλιάντας Γ.

1. Έστω οι παραστάσεις: $A = x\cdot(3x-2)^2 + (2-2x)^3 + 2x(8-7x)$ και $B = 3x^2 - 4x - 4$.

i) Να δείξετε ότι: $A = x^3 - 2x^2 - 4x + 8$ **ii)** Να λύσετε την εξίσωση $B = 0$

iii) Να βρείτε το ΕΚΠ των παραστάσεων Α, Β.

2. Να λύσετε τις εξισώσεις: **α)** $(x+2)^3 - (x^3+26) = 15x$ **β)** $(2x-1)^2 + (4x-2)^2 = 0$.

3. Να λυθεί το σύστημα : $\begin{cases} \dfrac{3x+2\psi}{3} - \dfrac{x-2\psi+4}{2} = -3 \\ 2x(8x-1) - 4\psi = (4x-1)^2 - 13 \end{cases}$

4. Έστω οι ευθείες $\varepsilon_1 : 8x + 3y = -5$, $\varepsilon_2 : -4x + y = -15$, $\varepsilon_3 : \lambda^2 x - \lambda y = 4$

α) Να βρείτε το σημείο τομής Α των δύο ευθειών ε_1 και ε_2.

β) Να βρείτε τις τιμές του αριθμού λ για τις οποίες η ευθεία ε_3 διέρχεται από το σημείο Α.

5. Να λυθούν τα συστήματα:

α) $\begin{cases} 3(4x+3y) - 10(x+y) = 5 \\ 2x - 5y = -7 \end{cases}$ β) $\begin{cases} \dfrac{x}{2} - 1 = \dfrac{y}{4} \\ \dfrac{x-1}{2} - \dfrac{x-2y}{3} = \dfrac{4}{3} \end{cases}$

6. α) Να λυθεί η εξίσωση: $x^2 - 8x + 15 = 0$.

β) Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις: $A = x^2 - 8x + 15$ και $B = 3x^2 - 27$

7. Δίνονται οι παραστάσεις $A = (2x-1)^2$ και $B = (x+2)^2$

i) Να βρείτε τα αναπτύγματα. **ii)** Να λύσετε την εξίσωση Α = Β.

iii) Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο Α – Β.

8. Δίνονται οι παραστάσεις: $A = 2x^2 - 2$, $B = x^2 + x - 2$, $\Gamma = x^2 + 2x + 1$

i) Να λυθεί η εξίσωση Β = 0. **ii)** Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις Α, Β, Γ.

iii) Να λυθεί η εξίσωση $\dfrac{A}{B} = 3$

9. i) Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις: $Α = x^2 - x$, $Β = x^2 - 3x + 2$, $Γ = x^2 + 4x + 4$.

ii) Να δείξετε ότι η εξίσωση $Β - 6 = 0$ έχει λύσεις τις $x_1 = -1$ και $x_2 = 4$.

(Β είναι η παράσταση του πρώτου ερωτήματος)

iii) Αν α είναι η θετική λύση της παραπάνω εξίσωσης και β η αρνητική λύση της,

να λυθεί το σύστημα : $\begin{cases} 2x + βy = -3 \\ x - 2αy = α + β \end{cases}$

10. Δίνονται τα πολυώνυμα: $Α(x) = 3(x - 2)^2 - 2(1 - 2x)(1 + 2x) - 8x^2 - 5(3 - 2x) + 4$ και

$Β(x) = (x - 2)^3 + x^2(5 - x) + 9 - 12x$.

α) Να δείξετε ότι: $Α(x) = 3x^2 - 2x - 1$ και $Β(x) = 1 - x^2$

β) Να λύσετε την εξίσωση $Α(x) = 0$ και στη συνέχεια να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις Α(x) και Β(x).

11. Δίνονται οι παραστάσεις: $Α = x(x + 2) - (x + 1)(x - 1) - 2(x - 2)$

$Β = (2x - 3)^2 - 2x(x - 3) - 2(x^2 - 3x + 5)$

Να δείξετε ότι $Α = 5$ και το $Β = -1$ και κατόπιν να λύσετε το σύστημα : $\begin{cases} 2x - y = Α \\ x + 3y = Β \end{cases}$

12. Δίνεται το σύστημα : $\begin{cases} 2α + β = 9 \\ 3α - 2β = -4 \end{cases}$

i) Να λυθεί το σύστημα με όποια μέθοδο θέλετε και να δείξετε ότι η λύση του είναι $(α, β) = (2, 5)$

ii) Να λυθεί η εξίσωση $αx^2 + βx - 3 = 0$ όπου (α, β) είναι η λύση του παραπάνω συστήματος.

13. α) Να λύσετε το σύστημα : $\begin{cases} α + β = 18 \\ α + 5β = 50 \end{cases}$

β) Αν τα α, β είναι οι αριθμοί που βρήκατε στο (α) ερώτημα, να δείξετε ότι η αλγεβρική παράσταση $(x - α)^2 - (x - β)(x + β) + 20x$ είναι σταθερό πολυώνυμο.

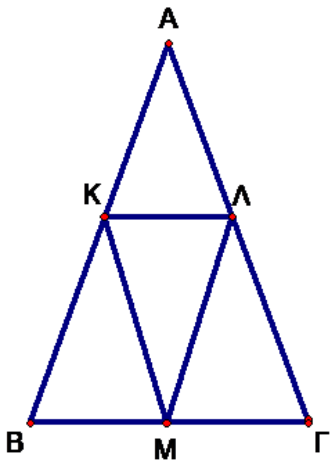
14. Δίνεται το ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ = 10 cm και $\widehat{Α} = 50^0$.

Στις πλευρές του ΑΒ και ΑΓ παίρνουμε τα σημεία Κ και Λ ώστε ΑΚ = ΑΛ = 4cm και Μ είναι το μέσον της ΒΓ.

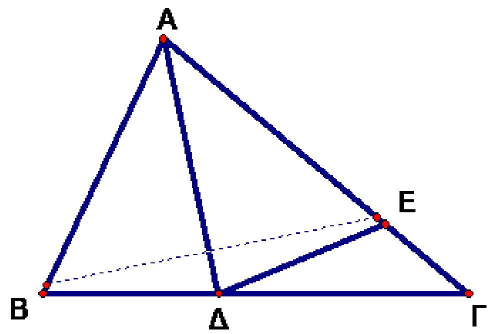
α) Να δείξετε ότι ΚΒΜ = ΛΜΓ.

β) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΚΛ και ΑΒΓ είναι όμοια και να βρείτε τον λόγο ομοιότητας τους.

γ) Αν το τρίγωνο ΑΒΓ έχει εμβαδόν 50 cm^2 να υπολογισθεί το εμβαδόν του ΑΚΛ.



15. Δίνεται το τρίγωνο ΑΒΓ και ΑΔ είναι η διχοτόμος του.



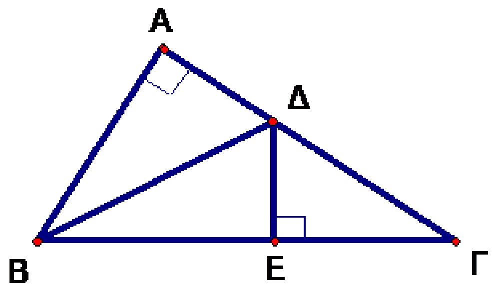
Στην πλευρά ΑΓ παίρνουμε τμήμα ΑΕ τέτοιο ώστε ΑΕ = ΑΒ

α) Να δείξετε ότι ΑΒΔ = ΑΔΕ.

β) Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΒΔΕ είναι ισοσκελές.

γ) Να δείξετε ότι ΑΔ ⊥ ΒΕ.

16. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\widehat{\mathrm{A}}$ = 90ο). Η διχοτόμος της γωνίας $\widehat{\mathrm{B}}$ τέμνει την πλευρά ΑΓ στο Δ. Από το Δ φέρουμε την ΔΕ κάθετη στην ΒΓ που την τέμνει στο Ε.



i) Να δείξετε ότι ΑΒΔ = ΒΔΕ.

ii) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΓ είναι όμοια και να συμπληρώσετε τους λόγους $\frac{\mathrm{AB}}{} = \frac{}{\Gamma\Delta} = \frac{\mathrm{A}\Gamma}{}$

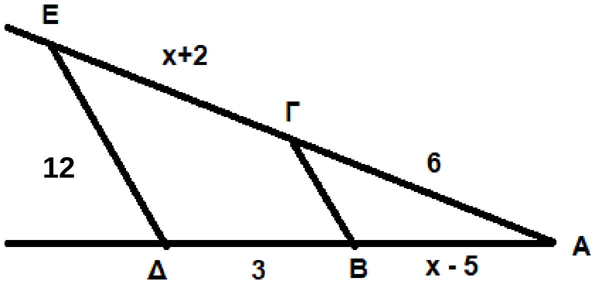
17. Αν ημω = $\frac{5}{13}$ και $0^o \le ω \le 90^o$ να υπολογίσετε: i) το συνω ii) την εφω

iii) την παράσταση Α = $4ημ^2ω + 4συν^2ω – εφ^2ω$.

18. Στο παρακάτω σχήμα είναι ΔΕ // ΒΓ και ΑΓ = 6 , ΓΕ = x + 2 , ΑΒ = x – 5 , ΔΒ = 3 και ΕΔ = 12 α) Να υπολογιστούν τα τμήματα ΕΓ και ΒΑ

β) Να δειχτεί ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΕΔ είναι όμοια και να γραφούν οι λόγοι που προκύπτουν από την ομοιότητα αυτή .

γ) Να υπολογιστεί το μήκος του ΒΓ.

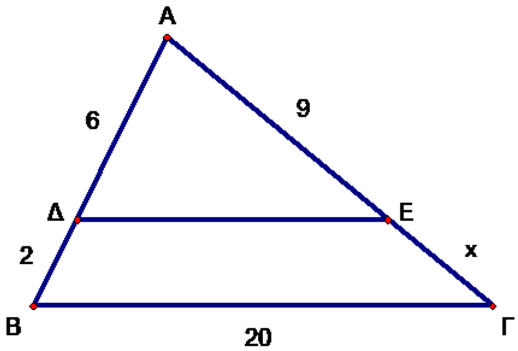


19. Στο διπλανό τρίγωνο ΑΒΓ είναι ΔΕ // ΒΓ , ΑΔ = 6 cm , ΔΒ = 2 cm , ΑΕ = 9 cm και ΒΓ = 20 cm.

α) Να υπολογίσετε το ΕΓ.

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΔΕ είναι όμοια.

γ) Να υπολογίσετε το ΔΕ.

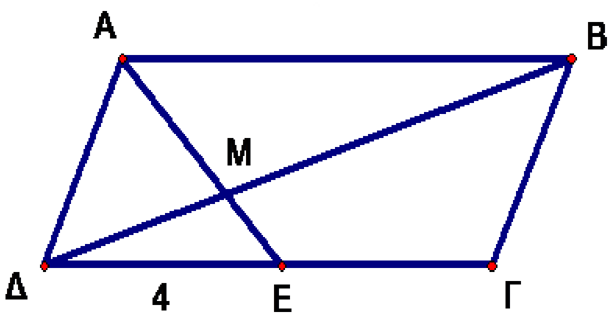


20. Στο διπλανό παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ είναι ΜΒ = 2·ΜΔ και ΔΕ = 4

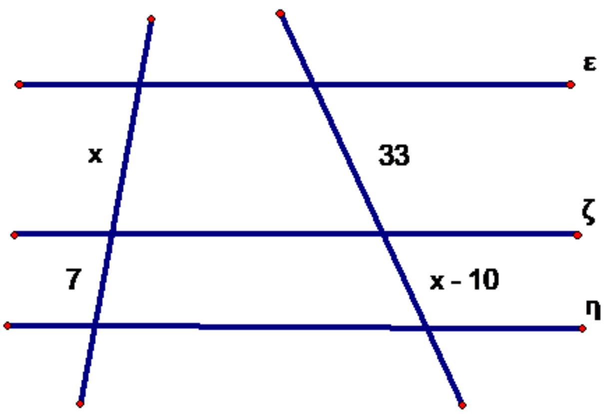
α) Να δειχθεί ότι τα τρίγωνα ΑΜΒ και ΔΜΕ είναι όμοια και να γραφούν οι αναλογίες των πλευρών.

β) Να βρείτε τον λόγο ομοιότητας.

γ) Να υπολογίσετε την πλευρά ΑΒ

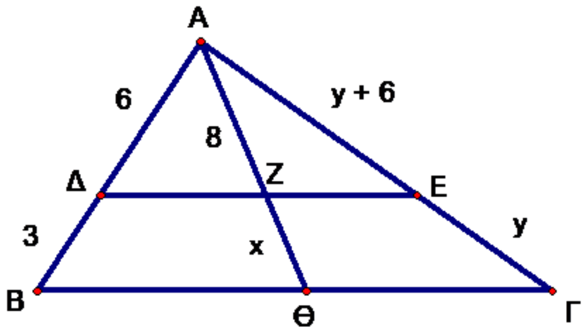


21. Στο διπλανό σχήμα είναι ε // ζ // η. Με την βοήθεια του θεωρήματος Θαλή, να υπολογίσετε το x.



22. Στο διπλανό τρίγωνο είναι ΔΕ // ΒΓ.

Να υπολογιστούν τα x και y.



23. Από το μέσο Μ της βάσης ΒΓ ενός ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ φέρουμε τα ΜΔ και ΜΕ κάθετα στις πλευρές ΑΒ και ΑΓ αντιστοίχως. Να δείξετε ότι:

α) ΜΔ = ΜΕ.

β) Το τρίγωνο ΑΔΕ είναι ισοσκελές.

γ) Τα τρίγωνα ΒΜΔ και ΜΕΓ είναι όμοια.